内生的経済成長モデルにおける市場支配力喪失の効果：静学的効率性と動学的効率性の間のトレードオフ問題

中　村　岳　穂
Takeho NAKAMURA

Examining the erosion of monopoly power in an endogenous growth model: The trade-off between static and dynamic inefficiency

1　はじめに

Romer（1986）やLucas（1988）を嚆矢とする内生的経済成長理論ではイノベーションによって増加し得る技術（あるいは知識）のストックが生み出す正の外部性が経済成長のエンジンとなる。この外部性の存在は，分権的な市場均衡における研究開発活動への過少投資の原因となり，本稿が注目する静学的非効率性と動学的非効率性をもたらすことになる。ここで，動学的非効率性とは技術の通時的経路がパレート最適ではないことを意味しており，静学的非効率性とは任意のある時点における所与の技術ストックの値のもとでの市場均衡解がパレート最適ではないことを意味している。本稿で示す理論分析の目的は，差別化された中間財を生産する独占企業の市場支配力が静学的および動学的非効率性のそれぞれにおいて及ぼす効果を明らかにすることである。

本稿の第 2 節で提示されるモデルの枠組みは，経済成長論に関する著名な著作であるBarro and Sala-i-Martin（2004）およびAcemoglu（2009）で提示されたバラエティ拡大モデルを応用した中村（2017）のモデルの設定に従っている。中村（2017）は，モデル内の主要なパラメータである「差別化された中間財の間の代替弾力性」と「要素所得分配率」を個別に設定することにより，Barro and Sala-i-Martin（2004）およびAcemoglu（2009）を拡張しており，このため中村（2017）においては独占企業の市場支配力に影響を及ぼす「差別化された中間財の間の代替弾力性」の効果がより明瞭なものとなっている。

本稿の第 3 節では，中村（2017）モデルのこの特性を利用して，「差別化された中間財の間の代替弾力性」の限界的変化が静学的および動学的非効率性のそれぞれにおいて及ぼす効果を明らかにする。静学的非効率性の程度は「差別化された中間財の間の代替

弾力性」がより小さくなるにつれて増す。そして，それは中間財の生産量が（パレート最適な水準に比べて）過少となる程度がより強まることを意味しているので，社会全体の中間財の供給量がより過少になればなるほど新しい種類の中間財の発明に対する発明者の私的な経済的便益はより小さくなる。そのことが発明の誘因を減退せしめて，分権化された経済の市場均衡における技術ストックの成長率が（パレート最適な水準に比べて）低い，という結果につながる。したがって，「差別化された中間財の間の代替弾力性」がより小さくなることが，より深刻な動学的非効率性を生み出すことになる。この解釈は，先行研究においても強調されてきた良く知られた事実であるが，そこでは「差別化された中間財の間の代替弾力性」と「要素所得分配率」が明示的に区別されていなかった。これら 2 種類のパラメータの役割を明示的に区別した本稿の分析において，静学的および動学的非効率性の根源となる独占企業の市場支配力の影響がより明確になる。

本稿の第 4 節では，独占企業の市場支配力の限界的変化ではなく，その完全なる喪失（つまり，一種の離散的変化）の効果を考察する。換言すれば，第 4 節では独占企業の市場支配力が有限の期間しか持続しない状況を仮定する。ある独占企業が市場支配力を喪失すれば，同企業の製品の模倣生産を試みる潜在的な競合企業との価格競争の圧力が存在するために，製品価格の決まり方は（それまでのマークアップ価格設定から）限界費用価格設定に変わることになる。本稿では，独占企業が市場支配力を完全に喪失する，という事象をPoisson 過程に従う確率的事象として定式化し，そこでパラメータとして与えられるPoisson 率の変化に着目する。第 4 節では，Poisson 率の値がより大きくなることは，任意の独占企業が市場支配力を維持し続けられる期間の期待値をより短くすることが示される。さらに言えば，Poisson 率が大きくなればなるほど動学的非効率性が更に悪化する一方で，任意の時点における所与の技術ストックの値のもとでの静学的非効率性は改善する，という 2 種類の非効率性の間のトレードオフが存在することが示される。

本稿の構成は以下のとおりである。第 2 節では，中村（2017）モデルを利用して分権的な市場経済均衡を示す。第 3 節では，パレート最適な資源配分を示し，静学的および動学的非効率性のそれぞれの大きさを計測する。また，上述のとおり，市場支配力の限界的変化がもたらす効果についても考察を行う。第 4 節では，Poisson 過程に従う市場支配力の喪失と，それにより引き起こされる模倣企業との価格競争の効果を考察する。最後の第 5 節は結語である。

2　分権的な市場経済均衡

2.1　選好と生産構造

本節では，本稿の理論分析の基礎となる基本モデルを構築した上で，分権的な市場経済均衡がいかなるものになるのかを明らかにする。この経済には同質の家計が多数存在する。連続的な時間を変数 $t \in [0, \infty)$ で表し，無限の視野をもつ代表的家計の生涯効用と瞬時的効用関数を，それぞれ次のように表す。

$$\int_0^{\infty} u[C(t)]\exp(-\rho t)dt, \tag{1}$$

$$u[C(t)] = \frac{C(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta} \tag{2}$$

ここで，$\rho > 0$ は主観的割引率，$C(t)$ は全家計の総消費量，$\theta > 0\,(\theta \neq 1)$ は相対的危険回避係数である[*1]。家計の非弾力的な労働供給を仮定し，一定の総労働力（＝人口）を L で表す。人口成長は捨象する。

この経済では 1 種類の最終財が生産されて，消費と投資用途に利用される。その単位価格を 1 に基準化して価値尺度財とみなす。最終財の総産出量を $Y(t)$，労働投入量を L，多様な中間財からなる合成投入物を $D(t)$ で表し，次の生産関数を仮定する。

$$Y(t) = \frac{1}{1-\alpha}L^{\alpha}D(t)^{1-\alpha} = \frac{1}{1-\alpha}L^{\alpha}\left[\int_0^{N(t)} x(v,t)^{1-\epsilon}dv\right]^{\frac{1-\alpha}{1-\epsilon}} \tag{3}$$

ここで，合成投入物は，Dixit-Stiglitz の CES (Constant Elasticity of Substitution) 型に特定化する。

$$D(t) \equiv \left[\int_0^{N(t)} x(v,t)^{1-\epsilon}dv\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{4}$$

ここで，$N(t) > 0$ は差別化された中間財の種類数（以後，バラエティ数と呼ぶ）の測度であり，$v \in [0, N(t)]$ はそれぞれの種類を示すインデックスであり，$x(v,t)$ が v という種類の中間財の投入量である。定数パラメータ $\epsilon \in (0,1)$ の値は，異なる中間財の間の代替の弾力性の値 ($= 1/\epsilon$) を決める。定数パラメータ $\alpha \in (0,1)$ の値は，各生産要素の生産への貢献度を決め，ひいては要素所得分配率を決める。本稿を通じて次の仮定を設ける。

$$\epsilon < \alpha \tag{5}$$

[*1] 任意の 2 時点における消費の間の代替の弾力性は，$1/\theta$ で表される。もしも θ がゼロに近ければ，効用は消費に関してほとんど線形となり，任意の 2 時点における消費はほぼ完全代替となる。

2.2 研究開発と資源制約条件

本モデルは，中間財に関するバラエティ拡大モデルであり，新発明によって中間財のバラエティが増加すると，それらを利用して最終財を生産する際の効率性が高まること（つまり，一種のprocess innovationが生じること）が定式化される。より具体的には，新タイプの中間財の設計図を発明する研究開発活動と，その設計図に基づき中間財を量産する生産活動の2種類がモデル化される。本稿では実験設備モデル（lab-equipment model）の想定に従い，上述の2種類の活動に投入される要素は，最終財のみであると仮定する。研究開発活動は次のように定式化される。

$$\dot{N}(t) \equiv \frac{dN(t)}{dt} = \frac{1}{\eta} Z(t) \tag{6}$$

ここで，$Z(t)$ は研究開発に投入される最終財の量であり，正の値のパラメータ η は研究開発活動の生産性（$= \eta^{-1}$）を決める。t 時点に研究開発への投資支出が行われると，バラエティ数 $N(t)$ が増加する。時間に関する微分は，$\dot{N}(t)$ のように当該変数の上に点を付けて簡略表記する。

中間財の生産に投入される最終財の量を $X(t)$ で表せば，t 時点における経済全体の資源制約式が，

$$Y(t) = C(t) + X(t) + Z(t) = C(t) + X(t) + \eta \dot{N}(t) \tag{7}$$

のように表現できる。上式のとおり，最終財の用途は，消費 C，中間財部門への投資支出 X，研究開発部門への投資支出 Z の3種である。

2.3 最終財生産部門の利潤最大化

最終財生産部門は同一の構造をもつ多数の企業から成る競争市場である。その代表的企業の利潤最大化問題を次のように定式化する。

$$\max_{L,\,[x(v,t)]_{v\in[0,N(t)]}} \frac{L^{\alpha}}{1-\alpha}\left[\int_0^{N(t)} x(v,t)^{1-\epsilon} dv\right]^{\frac{1-\alpha}{1-\epsilon}} - w(t)L - \int_0^{N(t)} p(v,t)x(v,t)dv \tag{8}$$

ここで，$w(t)$ は賃金率，$p(v,t)$ は $x(v,t)$ のレンタル価格を表す。簡単化のために，各中間財は生産活動に投入された後，その時点で即座に完全減耗すると仮定する。この問題の L に関する1階条件式から，労働力に対する逆需要関数が次式のように導出できる。

$$w(t) = \frac{\alpha L^{\alpha-1}}{1-\alpha}\left[\int_0^{N(t)} x(v,t)^{1-\epsilon} dv\right]^{\frac{1-\alpha}{1-\epsilon}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} D(t)^{1-\alpha} L^{\alpha-1} \tag{9}$$

同様に，任意の $x(v,t)$ に関する1階条件式から，各中間財に対する逆需要関数が次式のように導出できる。

$$p(v,t)=L^{\alpha}\left[\int_0^{N(t)} x(v,t)^{1-\epsilon}dv\right]^{\frac{\epsilon-\alpha}{1-\epsilon}} x(v,t)^{-\epsilon}=L^{\alpha}D(t)^{\epsilon-\alpha}x(v,t)^{-\epsilon} \tag{10}$$

各中間財を独占的に供給する企業は，この逆需要関数を所与として自らの利潤最大化をはかる。

2.4 中間財生産部門の利潤最大化

線形の中間財生産関数を仮定し，中間財を1単位産出するごとに ϕ 単位の最終財の投入が必要であるとする。各独占企業の利潤は，$\pi(v,t)=p(v,t)x(v,t)-\phi x(v,t)$ であり，ここに(10)を代入すれば，独占利潤の最大化問題が，

$$\max_{x(v,t)} L^{\alpha}D(t)^{\epsilon-\alpha}x(v,t)^{1-\epsilon}-\phi x(v,t) \tag{11}$$

のように定式化される。この問題の $x(v,t)$ に関する1階条件から，

$$x(t)\equiv x(v,t)=\left(\frac{1-\epsilon}{\phi}\right)^{\frac{1}{\epsilon}} L^{\frac{\alpha}{\epsilon}}D(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{\epsilon}}=L^{\frac{\alpha}{\epsilon}}D(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{\epsilon}},\ \forall v \tag{12}$$

が得られる。ただし，本稿を通じて，

$$\phi=1-\epsilon \tag{13}$$

という簡単化のための仮定を設けている。(12)において（解が v に依存しない）対称均衡が成り立つので，Dixit-Stiglitz 型合成投入物の定義である(4)が，

$$D(t)=N(t)^{\frac{1}{1-\epsilon}}x(t) \tag{14}$$

のように表される。(12)と(14)を連立させて解けば，状態変数である $N(t)$ を所与とした $x(t)$ と $D(t)$ の解が，

$$x(t)=LN(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}},\quad D(t)=LN(t)^{\frac{\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{15}$$

のようにそれぞれ求まる。ここで，$\partial x(t)/\partial N(t)<0$ と，$\partial D(t)/\partial N(t)>0$ に注意されたい。すなわち，バラエティ数 $N(t)$ の通時的増加は，個別の中間財の生産量 $x(t)$ を減少させ，合成投入物 $D(t)$ を増加させる。そして，この $D(t)$ の通時的増加によって最終財の総生産量の通時的増加が実現される。(15)を(10)に代入すれば，各中間財の価格が次式のように求まる。

$$p \equiv p(v,t) = 1, \ \forall v,t \tag{16}$$

これはマークアップ価格設定であり，価格と限界費用の差を価格で除した比率であるPCM（price-cost margin）の値が ϵ 値の大きさによって表されている。中間財需要の価格弾力性は，

$$\left|\frac{\partial \ln x(t)}{\partial \ln p(t)}\right| = \frac{1}{\epsilon} \tag{17}$$

のように求まるので，ϵ の値がより大きいほど，価格弾力性はより小さくなりPCMはより大きくなる。

(15)と(16)から，最大化された独占利潤が，

$$\pi(t) \equiv \pi(v,t) = \epsilon L N(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}}, \ \forall v \tag{18}$$

のように求まる。上式はバラエティ数に関する減少関数であるので，バラエティ数の通時的増加は，新たな研究開発に着手することの経済的誘因（＝独占的レント）を次第に減少させていく。

任意のある t 時点に，新しい種類の中間財が発明されたと想定する。この発明は，t 時点から将来にわたって，(18)で示される独占利潤をその発明の特許所有者にもたらし続ける。その不断の利潤流列を，t 時点の現在価値で評価してから積分すると，

$$V(t) = \int_t^{\infty} \pi(s) \exp\left[-\int_t^s r(s')ds'\right] ds \tag{19}$$

のように価値関数 V を得る。ここで，利潤 π の対称性のために，価値関数も対称となる。この関数から次式が導出される。

$$\pi(t) + \dot{V}(t) = r(t)V(t) \tag{20}$$

これは，市場均衡では裁定機会が消失することを示している。

2.5 市場均衡

任意の t 時点における市場均衡を，唯一の状態変数である $N(t)$ の値を所与として描写する。まず(15)を(3)に代入すれば，生産関数が，

$$Y(t) = \frac{1}{1-\alpha} L N(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{21}$$

のように書き換えられて総産出量の市場均衡解を得る。中間財生産のための支出は，

$$X(t)=(1-\epsilon)N(t)x(t)=(1-\epsilon)LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{22}$$

であるので，両変数の差，すなわちネットの総産出量は，

$$\tilde{Y}(t)\equiv Y(t)-X(t)=\frac{\alpha-\alpha\epsilon+\epsilon}{1-\alpha}LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{23}$$

となる。総産出量もネットのそれも，バラエティ数の通時的増加によって増加する。(15)を(9)に代入すれば，市場賃金率が，

$$w(t)=\frac{\alpha}{1-\alpha}N(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{24}$$

のように求まる。よって，(21)，(22)，(24)から次の関係が求まる。

$$g\equiv\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)}=\frac{\dot{X}(t)}{X(t)}=\frac{\dot{w}(t)}{w(t)}=\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}\frac{\dot{N}(t)}{N(t)} \tag{25}$$

ここで，(5)の仮定のために，

$$g<\frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\equiv g_N \tag{26}$$

となることが示される。

研究開発部門への自由な参入を仮定する。測度 $N(t)$ で表されるバラエティ数を $\dot{N}=1$ の分だけ新たに拡大するための便益と費用は，それぞれ $V(t)$ と η である。この便益が費用を上回る限り自由な参入が続き，参入が停止する均衡状態では便益と費用が均等化して，次の自由参入条件式が成り立つ。

$$V(t)=\eta \tag{27}$$

η は通時的に一定であるため，均衡では $V(t)$ も一定でなければならない。$\dot{V}=0$ を(20)に代入すれば，

$$r(t)=\frac{\pi(t)}{V}=\frac{\pi(t)}{\eta} \tag{28}$$

を得る。この式に(18)を代入すれば，

$$r(t)=\epsilon\eta^{-1}LN(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{29}$$

のように，市場均衡利子率が求まる。バラエティ数の通時的増加によって生じる独占的レントの減少は，(28)に従ってそのまま利子率を下落させる。独占的レントと利子率の変化率は等しいので，利潤流列の割引現在価値である π/r は通時的に一定である。

(1)と(2)の関数形を前提にして生涯効用の最大化問題を解けば，次のEuler方程式を得る[*2]。

$$\frac{\dot{C}(t)}{C(t)}=\frac{1}{\theta}[r(t)-\rho]=\frac{1}{\theta}\left[\epsilon\eta^{-1}LN(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}}-\rho\right] \tag{30}$$

ここで，初期時点の所与のバラエティ数 $N(0)=N_0>0$ が，

$$\epsilon\eta^{-1}LN_0^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}}>\rho \tag{31}$$

を満たすことを仮定する。この仮定により，初期時点から定常状態に至るまでの間，バラエティ数が通時的に増加する移行動学が出現する。(30)より，

$$\frac{\partial[\dot{C}(t)/C(t)]}{\partial N(t)}<0 \tag{32}$$

であるので，バラエティ数の通時的増加によって消費の成長率は通時的に逓減する。そして，総消費の成長が止まったときが，本モデルの定常状態である。

2.6 定常状態

本稿のモデルでは，$\epsilon<\alpha$ を仮定したことにより，定常状態と移行動学が出現する。その定常状態においては $\dot{N}(t)=\dot{C}(t)=0$ が実現する。そのときの均衡水準を N_{ss} と C_{ss} で表すことにする。以下では，$\dot{N}(t)=0$ と $\dot{C}(t)=0$ の条件式を，それぞれ「$\dot{N}=0$ 曲線」と「$\dot{C}=0$ 曲線」として導出する。まず，$\dot{N}(t)$ の動学的挙動を，N と C に依存

[*2] 国内総資産を $A(t)$ で表せば，通時的予算制約式が，

$$\dot{A}(t)=r(t)A(t)+w(t)L-C(t)$$

となる。この予算制約のもとで生涯効用を最大化するときのcurrent-value Hamiltonianを，

$$H(A,C,\mu)=\frac{C(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta}+\mu(t)[r(t)A(t)+w(t)L-C(t)]$$

のように設定する。最適化の 1 階条件：

$$\frac{\partial H}{\partial C}=C(t)^{-\theta}-\mu(t)=0,\ \frac{\partial H}{\partial A}=r(t)\mu(t)=\rho\mu(t)-\dot{\mu}(t)$$

から(30)のEuler方程式が求まる。

した関数 $f^1(N,C)$ として表現するならば，(7)と(23)から次の微分方程式を得る。

$$\dot{N}=f^1(N,C)=\frac{1}{\eta}\left[\frac{\alpha-\alpha\epsilon+\epsilon}{1-\alpha}LN^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}}-C\right] \tag{33}$$

ここから，$\dot{N}=0$ が成り立つ条件を導出すれば，「$\dot{N}=0$ 曲線」を次式のように得ることができる。

$$C=\frac{\alpha-\alpha\epsilon+\epsilon}{1-\alpha}LN^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{34}$$

一方，$\dot{C}(t)$ の動学的挙動を変数 N と C に依存した関数 $f^2(N,C)$ として表現するならば，(30)から次の微分方程式を得る。

$$\dot{C}=f^2(N,C)=\frac{1}{\theta}\left[\epsilon\eta^{-1}LN^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}}-\rho\right]C \tag{35}$$

ここから，$\dot{C}=0$ が成り立つ条件を導出すれば，「$\dot{C}=0$ 曲線」を次式のように得ることができる。

$$N_{ss}\equiv N=\left(\frac{\eta\rho}{\epsilon L}\right)^{\frac{(1-\epsilon)\alpha}{\epsilon-\alpha}} \tag{36}$$

この式は，定常状態における N の均衡値を意味する N_{ss} の値を示している。(36)を(34)に代入すれば，C_{ss} の値が次のように求まる。

$$C_{ss}=\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}+\epsilon\right)\left(\frac{\eta\rho}{\epsilon L}\right)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{\epsilon-\alpha}}L>0 \tag{37}$$

ここでは，本モデルの定常状態均衡が鞍点であることを解析的に証明する。まず，(33)と(35)から成る微分方程式体系を均衡点 (N_{ss},C_{ss}) の近傍で線形近似し，その結果を以下のように行列表記する。

$$\begin{bmatrix} d\dot{N} \\ d\dot{C} \end{bmatrix}=\mathbf{A}\begin{bmatrix} dN \\ dC \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dN \\ dC \end{bmatrix} \tag{38}$$

ここで，行列 $\mathbf{A}$ の各要素 $(a_{11},a_{12},a_{21},a_{22})$ の符号は以下のように求まる。

$$a_{11}=\frac{\partial f^1(N_{ss},C_{ss})}{\partial N}=1+\frac{\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}>0, \tag{39}$$

$$a_{12} = \frac{\partial f^1(N_{ss}, C_{ss})}{\partial C} = -\eta^{-1} < 0, \tag{40}$$

$$a_{21} = \frac{\partial f^2(N_{ss}, C_{ss})}{\partial N} = -\frac{(\alpha - \epsilon)(\alpha + \epsilon - \alpha\epsilon)}{(1-\alpha)(1-\epsilon)\alpha\epsilon} \frac{\eta\rho^2}{\theta} < 0, \tag{41}$$

$$a_{22} = \frac{\partial f^2(N_{ss}, C_{ss})}{\partial C} = 0 \tag{42}$$

以上より，$\mathbf{A}$ の行列式 (det $\mathbf{A}$) は，

$$\det \mathbf{A} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} < 0$$

のとおり負であり，線形近似された微分方程式体系の 2 つの固有根が互いに異符号であることが判明する。したがって，均衡が鞍点であることが証明できる。

3　パレート最適な資源配分

前節で考察した分権的な市場均衡には，静学的非効率性と動学的非効率性が存在する。静学的非効率性は，各独占企業が設定するマークアップ価格のもとでの中間財の過少生産から発生する。一方，動学的非効率性は，本モデルの状態変数であるバラエティ数の通時的経路が非効率に決定されることから発生する。本節では，これら 2 種類の非効率性を除去したパレート最適解を示す。中央集権的な社会計画者（social planner）が，静学的問題と動学的問題を 2 段階に分けて解くことにより，パレート最適解が導出される。

3.1 静学的最適化問題のパレート最適解

任意の t 時点において状態変数である $N(t)$ は既に決められている。所与の $N(t)$ 値のもとでネットの総産出量 $\tilde{Y}(t)$ ($\equiv Y(t) - X(t)$) を最大化する中間財の生産量は，それを $x(v,t)$ で偏微分してゼロに等しいとしたもの (i.e., $\partial\tilde{Y}(t)/\partial x(v,t) = 0$) から求まる。静学的最適化問題の定式化は次の通り。

$$\max_{x(v,t)} \tilde{Y}(t) = \frac{1}{1-\alpha} L^{\alpha} \left[\int_0^{N(t)} x(v,t)^{1-\epsilon} dv \right]^{\frac{1-\alpha}{1-\epsilon}} - (1-\epsilon) \int_0^{N(t)} x(v,t) dv \tag{43}$$

最適性の一階条件から，次の対称均衡解が求まる。

$$x(v,t) = (1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}} L N(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}} \equiv x^*(t) \tag{44}$$

以下の分析では，社会計画者が導き出した解には，x^* のように変数にアスタリスクを

付けて表記することにする。この中間財生産量に対応する価格と，合成投入要素の値はそれぞれ次の通りである。

$$p^* = 1-\epsilon, \tag{45}$$
$$D^*(t) = (1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}} LN(t)^{\frac{\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{46}$$

$x^*(t)$ の値を用いれば，最大化されたネットの総産出量が次のように求まる。

$$\tilde{Y}^*(t) = Y^*(t) - X^*(t) = \frac{\alpha}{1-\alpha} (1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{47}$$

ここで，

$$Y^*(t) = \frac{1}{1-\alpha} (1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}}, \tag{48}$$
$$X^*(t) = (1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{49}$$

である。

3.1.1 静学的非効率性の計測

市場均衡における静学的非効率性発生の根源は，各独占企業が採用するマークアップ価格設定にあった。マークアップ価格設定の(16)と，限界費用価格設定の(45)の差は，パラメータ ϵ のみに依存している。本小節では，それらの 2 種類の価格設定のもとで実現する総産出量とネットの総産出量の差を導出する。市場均衡解である(21)，(22)，(23)と，ここで求めたパレート最適解である(47)，(48)，(49)の値の差を測るために，対応するそれぞれの変数の比をとると以下を得る。

$$\frac{X^*(t)}{X(t)} = (1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}} > 1, \tag{50}$$
$$\frac{Y^*(t)}{Y(t)} = (1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} > 1, \tag{51}$$
$$\frac{\tilde{Y}^*(t)}{\tilde{Y}(t)} = \frac{\alpha}{\alpha+(1-\alpha)\epsilon} (1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} > 1 \tag{52}$$

(50)と(51)を合わせると，$Y^*/Y = (1-\epsilon)X^*/X$ を得るので，$Y^*/Y < X^*/X$ が示される。同様に，(51)と(52)を合わせると，$\tilde{Y}^*/\tilde{Y} = [\alpha/\{\alpha+(1-\alpha)\epsilon\}]\cdot(Y^*/Y)$ を得るので，$\tilde{Y}^*/\tilde{Y} < Y^*/Y$ が示される。したがって，

$$1 < \frac{\tilde{Y}^*(t)}{\tilde{Y}(t)} < \frac{Y^*(t)}{Y(t)} < \frac{X^*(t)}{X(t)} \tag{53}$$

が成り立つことが示される。

パレート最適解では限界費用価格設定が採られて市場均衡解で発生していた過少生産が解消される（その帰結が(51)である）。そして，中間財の総生産量が増えることは，それを使用して生産される最終財の総産出量を増加させる（その帰結が(52)である）。

3.2 動学的最適化問題のパレート最適解

社会計画者の直面する資源制約条件は，

$$C(t)+Z(t) \leq \tilde{Y}^{*}(t)=\frac{\alpha}{1-\alpha}(1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{54}$$

である。ここから状態変数 $N(t)$ の遷移式が導出でき，それを制約条件とした動学的最適化問題が次のように定式化できる。

$$\max_{C(t)} \int_0^{\infty} \frac{C(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta} \exp(-\rho t) dt, \text{ s.t. } \dot{N}(t)=\eta\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}(1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}}-C(t)\right] \tag{55}$$

よって，current-value Hamiltonian を，

$$H(N,C,\mu)=\frac{C(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta}+\mu(t)\left[\eta\frac{\alpha}{1-\alpha}(1-\epsilon)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} LN(t)^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}}-\eta C(t)\right] \tag{56}$$

のように設定でき，この関数を用いれば最適化の一階条件が以下のように表現できる。

$$\frac{\partial H}{\partial C}=0, \tag{57}$$

$$\frac{\partial H}{\partial N}=\rho\mu(t)-\dot{\mu}(t), \tag{58}$$

$$\lim_{t\to\infty}[\mu(t)N(t)\exp(-\rho t)]=0 \tag{59}$$

これらを実際に計算して整理すれば，次のEuler方程式を得る。

$$\frac{\dot{C}^{*}(t)}{C^{*}(t)}=\frac{1}{\theta}\left[(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}}\epsilon\eta LN(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}}-\rho\right] \tag{60}$$

この微分方程式がパレート最適な通時的消費経路を表す。

3.2.1 動学的非効率性の計測

(60)において，

$$(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}} > 1 \tag{61}$$

であるので，(30)と(60)の大小比較によって，

$$\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} < \frac{\dot{C}^*(t)}{C^*(t)} \tag{62}$$

であることも証明できる。ここで，不等式の左辺が(30)で求めた分権的市場均衡における総消費の成長率であり，右辺が(60)で求めたパレート最適な成長率である。両者の差を決める項である $(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}}$ は，

$$\frac{\partial(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}}}{\partial\epsilon} = \alpha^{-1}(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}-1} > 0, \tag{63}$$

$$\frac{\partial(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}}}{\partial\alpha} = \alpha^{-2}(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\alpha}}\ln(1-\epsilon) < 0 \tag{64}$$

のように，パラメータ ϵ と α の値に影響される。すなわち，パラメータ ϵ の増加は動学的非効率性の程度を増加させる一方，パラメータ α の増加はその程度を減少させることになる。

静学的非効率性を計測した小節の冒頭で述べたように，静学的非効率性の根源はマークアップ価格設定にあったので，その非効率性の程度（深刻さ）はパラメータ ϵ の値が大きくなるにつれて増す。そして，それは中間財の生産量が（社会的な最適水準に比べて）過少となる程度（深刻さ）がより強まることを意味しているので，社会全体の中間財の供給量がより過少になればなるほど新しい中間財の種類（バラエティ）を発明することの経済的便益（発明者の私的な便益）はより小さくなる。そのことが発明の誘因を減退せしめて，分権化された経済の市場均衡におけるバラエティ数の成長率が（社会的な最適水準に比べて）低い，という結果につながる。したがって，より大きな ϵ の値が，より深刻な動学的非効率性を生み出すことになる。この解釈は，先行研究においても強調されてきた良く知られた事実であるが，そこではパラメータの ϵ と α が明示的に区別されていなかった。これら 2 種類のパラメータの役割を明示的に区別した本稿の分析において，静学的および動学的非効率性の根源となる独占企業の市場支配力の影響がより明確になったといえる。

4　市場支配力の喪失と模倣企業との価格競争

前節までの分析では，各独占企業の市場支配力が無限期間つづくことを仮定してきた。一方，本節で想定する経済では，各独占企業の市場支配力が有限期間しか持続せず，市場支配力の喪失後には（潜在的な）模倣企業との価格競争圧力が存在するために（元々存在する独占企業が）中間財を限界費用に等しい価格で販売することになる。表記を簡潔にするために，マークアップ価格設定が採用されている中間財のことを「独占財」と呼び，限界費用価格設定が採用されている中間財のことを「競争財」と呼ぶことにする。

4.1 市場支配力喪失の定式化

各独占企業が市場支配力を喪失するという事象は，Barro and Sala-i-Martin（2004）の設定に従い，Poisson過程に従う確率的事象として定式化する。ある中間財が発明されてから，その発明者（独占企業）が市場支配力を維持する期間の長さを，確率変数の T で表す。例えば，経済の初期（$t=0$）時点において，ある一つの中間財の発明が生じたことを想定してみよう。この中間財が，任意の $t\,(\geq 0)$ 時点においてまだ独占財のままである（つまり，$\{T>t\}$ という事象が起きる）確率は，

$$\mathrm{Prob}(\{T>t\}) = \exp(-\phi t) \tag{65}$$

で表される[*3]。ここで，ϕ は正値のパラメータである。任意の時点において市場支配力の喪失という確率的事象が生じるわけだが，ϕ はその事象が起きるPoisson率を意味している。この ϕ の値自体は確率ではないので，その値が1を超えても構わない。理論的には，その定義域は $\phi \in [0,\infty)$ である。

一方，初期時点に発明された中間財が，任意の $t\,(>0)$ 時点において，既に競争財に変わっている（つまり，$\{T\leq t\}$ という事象が起きる）確率は，

$$\mathrm{Prob}(\{T\leq t\}) = 1-\exp(-\phi t) \equiv F(t) \tag{66}$$

で表される。ここで，$F(t)$ は確率変数 T の分布関数である。t 値がより大きくなるほど（つまり，発明時点から時間がより経過するほど）に，もしくは，ϕ 値がより大きくなるほどに，(66)の確率は1に漸近する。したがって，もはや新たな発明が生じない本モデルの定常状態では，$t\to\infty$ という無限先の将来を考えれば現存するすべての中間

[*3] より一般的に，任意の $t_0(>0)$ 時点に発明された財を考えれば，それが任意の $t\,(\geq t_0)$ 時点においてまだ独占財のままである（つまり，$\{T>t-t_0\}$ という事象が起きる）確率は，

$$\mathrm{Prob}(\{T>t-t_0\}) = \exp[-\phi(t-t_0)]$$

で表される。

財は競争財へと変わっていくことになる。

分布関数 $F(t)$ の導関数である密度関数 $f(t)$ は,

$$f(t) \equiv \phi \exp(-\phi t) \tag{67}$$

のように表される。この密度関数を用いて確率変数 T の期待値である $E(T)$ を求めれば,

$$E(T) \equiv \int_0^\infty t f(t) dt = \phi \int_0^\infty t \exp(-\phi t) dt = \frac{1}{\phi} \tag{68}$$

を得る。これが,「期待独占期間」(期待される市場支配力の維持期間)である。Poisson過程の特性のために,この期待独占期間はパラメータ ϕ のみに依存する。つまり,期待独占期間は,ある中間財がいつ発明されたのか,換言すれば,それが発明されてからどれだけ時間が経過したのか,という点には依存しない。発明されたばかりの中間財も,発明されてから既に長い時が経過した中間財も,現在時点から将来を見たときに期待できる(現在以降の)独占期間は互いに等しく,$(1/\phi)$ である。

4.2 独占財と競争財の市場均衡解

独占財に関する諸変数には下つき文字 m をつけ,競争財に関するそれらには下付き文字 c をつけて表記する。独占財と競争財の価格は,それぞれ,

$$p_m = 1,\ p_c = 1 - \epsilon \tag{69}$$

である。各中間財生産者の利潤最大化から求まる生産量は,

$$x_m(t) = L^{\frac{\alpha}{\epsilon}} D(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{\epsilon}},\ x_c(t) = (1-\epsilon)^{-\frac{1}{\epsilon}} L^{\frac{\alpha}{\epsilon}} D(t)^{\frac{\epsilon-\alpha}{\epsilon}} \tag{70}$$

を満たす必要がある。これらの式の比をとれば,

$$\frac{x_c(t)}{x_m(t)} = (1-\epsilon)^{-\frac{1}{\epsilon}} \tag{71}$$

を得る。様々な中間財から成る合成投入物 D は独占財と競争財から構成されるので,

$$D(t) = \left[\int_0^{N_m(t)} x_m(t)^{1-\epsilon} dv + \int_0^{N_c(t)} x_c(t)^{1-\epsilon} dv \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{72}$$

のように定式化される。独占財どうしの対称性と競争財どうしの対称性に注意して,この式を変形すれば,

$$D(t)=N_m(t)^{\frac{1}{1-\epsilon}}x_m(t)\left[1+\frac{N_c(t)}{N_m(t)}\left(\frac{x_c(t)}{x_m(t)}\right)^{1-\epsilon}\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{73}$$

を得る。この式に(71)を代入して D について整理すれば，

$$D(t)=L\left[N_m(t)+(1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}N_c(t)\right]^{\frac{\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{74}$$

を得る。この式を(70)に代入すれば，

$$x_m(t)=L\left[N_m(t)+(1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}N_c(t)\right]^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{75}$$

$$x_c(t)=(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\epsilon}}L\left[N_m(t)+(1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}N_c(t)\right]^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{76}$$

を得る。これらが，所与の $N_m(t)$，$N_c(t)$ のもとでの最適解であり，最大化された利潤（独占的レント）は，

$$\pi_m(t)=\epsilon L\left[N_m(t)+(1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}N_c(t)\right]^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{77}$$

である。（競争財に関しては，$\pi_c=0$ である。）

これらの中間財生産量を実現するために投入される最終財は，

$$X(t)=X_m(t)+X_c(t)=(1-\epsilon)[N_m(t)x_m(t)+N_c(t)x_c(t)] \tag{78}$$

のように定式化される。この式に(75)と(76)を代入すれば，

$$X(t)=(1-\epsilon)L\left[N_m(t)+(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\epsilon}}N_c(t)\right]\left[N_m(t)+(1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}N_c(t)\right]^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{79}$$

という解を得る。総産出量の解は，(74)を用いて，

$$Y(t)=\frac{L}{1-\alpha}\left[N_m(t)+(1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}N_c(t)\right]^{\frac{(1-\alpha)\epsilon}{(1-\epsilon)\alpha}} \tag{80}$$

として得られる。ネットの総産出量（$\tilde{Y}=Y-X$）の解は，次式のように求まる。

$$\tilde{Y}(t)=L\Omega_1^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}}\left[(1-\alpha)^{-1}\Omega_1-(1-\epsilon)\Omega_2\right] \tag{81}$$

ただし，

$$\Omega_1\equiv N_m(t)+(1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}N_c(t), \tag{82}$$

$$\Omega_2\equiv N_m(t)+(1-\epsilon)^{-\frac{1}{\epsilon}}N_c(t) \tag{83}$$

である。ここで，「ネットの総産出量はバラエティ数に関する増加関数である」という第 2 節の性質が保持されていることを確認しておこう。$N_m = N - N_c$ であることに留意すれば，(81)から次の偏導関数の符号が示される。

$$\frac{\partial \tilde{Y}(t)}{\partial N(t)} > 0,\ \frac{\partial \tilde{Y}(t)}{\partial N_c(t)} > 0 \tag{84}$$

後者の正の偏導関数は，「バラエティ数の総量 N が一定であっても，（独占財からの転換によって）競争財が増えればネットの総産出量が増えること」を示している。

独占財が市場支配力を維持できる期間は確率的な期待値としてしか認識できないため，任意の t 時点に発明された独占財に関する価値関数も次式のように期待値（$E[V(t)]$）として表現される。

$$E[V(t)] = \int_t^{\infty} \pi_m(s) \exp[-\phi(s-t)] \exp\left[-\int_t^s r(s')ds'\right]ds \tag{85}$$

ここで，$\exp[-\phi(s-t)]$ という項は，(65)で示した通り，t 時点に発明された中間財が任意の $s(\geq t)$ 時点においてまだ独占財のままである確率を表す。(85)を t に関して微分すれば，

$$r(t) = \frac{\pi_m(t)}{E[V(t)]} + \frac{dE[V(t)]/dt}{E[V(t)]} - \phi \tag{86}$$

を得る。ただし，自由参入条件：

$$E[V(t)] = \frac{1}{\eta} \tag{87}$$

を考慮すれば，(86)は，$r(t) = \eta\pi_m(t) - \phi$ のように変形される。ここに(77)で求めた利潤を代入すれば，利子率が，

$$r(t) = \eta\epsilon L\left[N_m(t) + (1-\epsilon)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} N_c(t)\right]^{\frac{\epsilon-\alpha}{(1-\epsilon)\alpha}} - \phi \tag{88}$$

のように求まる。

最適消費経路の条件であるEuler方程式は(30)のまま変わらないので，(88)の利子率の変化が総消費の成長率を決定することになる。ここで，利子率は，パラメータ ϕ の増加によって下落する。ϕ 増加がもたらす利子率下落の直接効果は(88)に現れている $-\phi$ によって自明である。一方，ϕ 増加がもたらす間接効果は，(68)で示した期待独占期間の短縮化（ひいては(85)で示した期待価値の減少）を通じて，利子率を下落させ

る。この間接効果は，新たな発明を促す経済的誘因を減少させて総バラエティ数 $N(=N_m+N_c)$ の成長率の減少をもたらす。（同時に，所与の N 値のもとでの N_m/N_c の比率も減少させるが，このことも利子率下落の一因になる。）

したがって，ϕ が増加すればするほど，本節の成長率は，第 2 節の永続的な市場支配力モデルの市場均衡のそれよりも更に低下していき，動学的非効率は更に悪化する。一方，所与の N 値のもとでの静学的効率性は，ϕ が増加すればするほど改善されていくので，ϕ の変化は「静学的効率性と動学的効率性の間のトレードオフ問題」を生む。

5　おわりに

本稿は，内生的経済成長モデルの一種である中村（2017）モデルを利用して，差別化された中間財を生産する独占企業の市場支配力が静学的および動学的非効率性のそれぞれにおいて及ぼす効果を解析的に分析した。まず第 3 節では，「差別化された中間財の間の代替弾力性」の限界的変化が静学的および動学的非効率性のそれぞれにおいて及ぼす効果を明らかにした。静学的非効率性の程度は，「差別化された中間財の間の代替弾力性」がより小さくなるにつれて悪化する。そして，それは発明者の発明に対する誘因を減退せしめて，市場均衡における技術ストックの成長率を（パレート最適な水準に比べて）低くしてしまい，動学的非効率性の程度をも悪化させてしまうことが明らかにされた。第 4 節では，独占企業の市場支配力の限界的変化ではなく，その完全なる喪失（つまり，一種の離散的変化）の効果を考察した。そこでは，独占企業が市場支配力を完全に喪失する，という事象をPoisson過程に従う確率的事象として定式化し，そこでパラメータとして与えられるPoisson率の変化を分析した。その結果，Poisson率が大きくなればなるほど動学的非効率性が更に悪化する一方で，任意の時点における所与の技術ストックの値のもとでの静学的非効率性は改善する，という 2 種類の非効率性の間のトレードオフが存在することが示された。

参考文献

Acemoglu, D.（2009）. *Introduction to Modern Economic Growth*: Princeton University Press.

Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X.（2004）. *Economic Growth*: MIT Press.

Lucas, R. E.（1988）. "On the mechanics of economic development." *Journal of Monetary Economics,* **22**, 3-42.

Romer, P. M.（1986）. "Increasing returns and long-run growth." *Journal of Political Economy*, **94**, 1002-1037.

中村岳穂（2017）.「市場支配力，要素所得分配率と経済成長：バラエティ拡大モデルによる一考察」,『金城学院大学論集（社会科学編）』, **13**(**2**), 36-49.